$$libname := \text{"/usr/local/maple14/lib", "/home/juergen/maple/elektronik/Syrup/syrup7-1/lib"} \quad (1)$$

Vorläufig erstmal noch keine Analyse und Optimierung des Phasenrauschens. Statt dessen lineare Vierpoltheorie des gekoppelten System V (Verstärker) und R (Rückkopplungsnetzwerk).

Es muß dann nach Meinke/Gundlach und überhaupt Yges = YV + YR sein. Die Pole liegen bei det (Yges)(s) = 0.

Wir fangen also an mit dem Rückkopplungsnetzwerk nach Meinke/Gundlach G43(19).

```
> ?Syrup
```

```
> with(Syrup);
```

$$[Revision, StoY, StoZ, YtoS, ZtoS, deindex, draw, makeckttable, printdeck, reindex, spice, syrup] \quad (2)$$

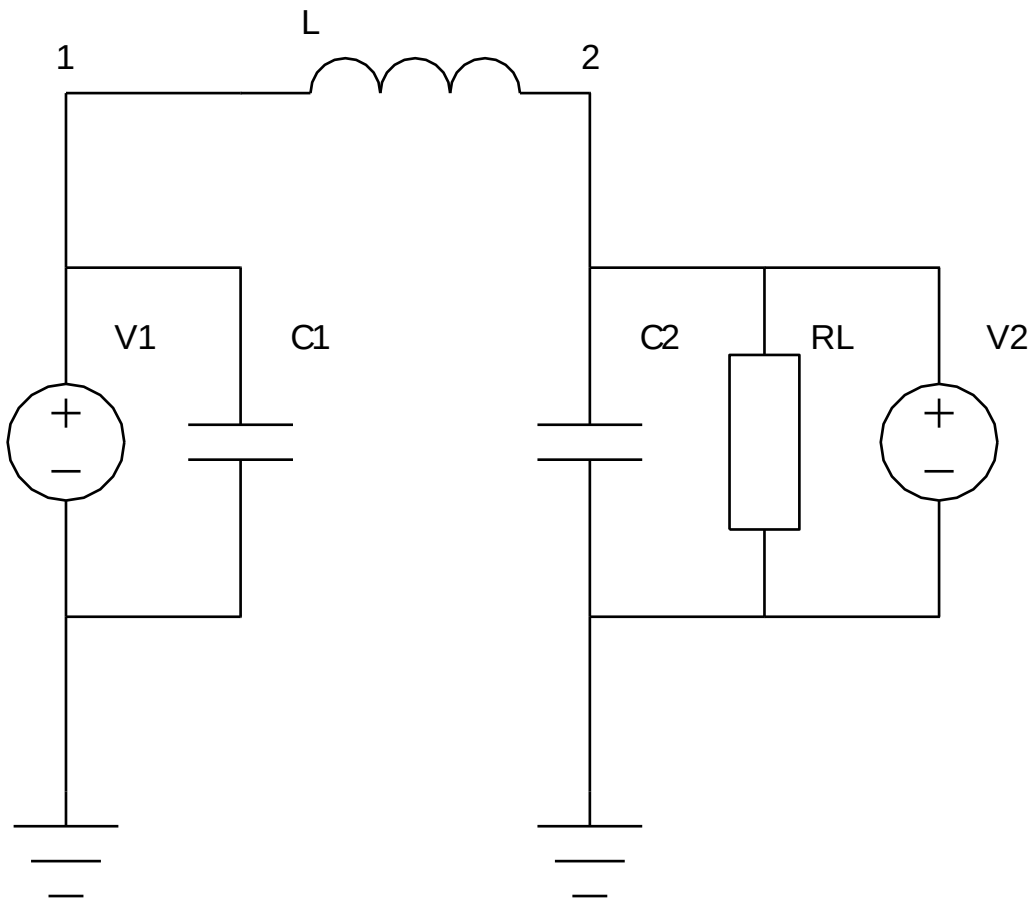
```
> lds:=[V1 &// C1,L,C2 &// RL &// V2];
```

$$lds := [V1 \,\&//\, C1, L, \&//(C2, RL, V2)] \quad (3)$$

Man beachte, daß im folgenden Diagramm, wenn man einen Transistor in Basisschaltung als Verstärker ergänzt, folgende Anschlußbelegung des Vierpols herrscht:
1: Masse (Basis), Masse links: Emitter
2: Kollektor, Masse rechts: Masse (Basis)

Der Lastwiderstand liegt also anders als beim zweiten Beispiel zwischen Kollektor und Masse, das Signal wird "unterhalb" der Spule abgegriffen.
Außerdem dienen die Rückkopplungskondensatoren C1 und C2 auch als eigentliche Schwingkreiskondensatoren. Der Kondensator C3 aus dem zweiten Beispiel weiter unten (der sonst üblich ist) fehlt hier.

```
> draw(lds);
```




```
> syrup(lds,ac,'curr');
```

$$\{v_1 = V1, v_2 = V2\} \tag{4}$$

```
> curr;
```

$$\left\{i_{C1} = s\,C1\,V1, i_{C2} = s\,C2\,V2, i_L = \frac{V1 - V2}{s\,L}, i_{RL} = \frac{V2}{RL}, i_{V1} = -\frac{s^2\,L\,C1\,V1 + V1 - V2}{s\,L}, i_{V2} = -\frac{s\,L\,V2 + s^2\,L\,C2\,V2\,RL - RL\,V1 + RL\,V2}{s\,L\,RL}\right\} \tag{5}$$

```
> subs(curr,[i[V1],i[V2]]);
```

$$\left[-\frac{s^2\,L\,C1\,V1 + V1 - V2}{s\,L}, -\frac{s\,L\,V2 + s^2\,L\,C2\,V2\,RL - RL\,V1 + RL\,V2}{s\,L\,RL}\right] \tag{6}$$

```
> collect(%,[V1,V2]);
```

$$\left[-\frac{(1 + s^2\,L\,C1)\,V1}{s\,L} + \frac{V2}{s\,L}, \frac{V1}{s\,L} - \frac{(s\,L + s^2\,L\,C2\,RL + RL)\,V2}{s\,L\,RL}\right] \tag{7}$$

```
> map(zz->[coeff(zz,V1),coeff(zz,V2)],%);
```

$$\left[\left[-\frac{1 + s^2\,L\,C1}{s\,L}, \frac{1}{s\,L}\right], \left[\frac{1}{s\,L}, -\frac{s\,L + s^2\,L\,C2\,RL + RL}{s\,L\,RL}\right]\right] \tag{8}$$

Die Matrix Yr stimmt mit den Erwartungen aus Meinke/Gundlach G43(19) überein. Lediglich das Vorzeichen ist umgekehrt, da bei Syrup
die Ströme über V1, V2 nach Masse laufen, also aus dem Vierpol heraus. Nach der üblichen Vierpoltheorie sind aber die
hereinlaufenden Ströme zu nehmen.

```
> Yr:=matrix(%);
```

$$Yr := \begin{bmatrix} -\frac{1+s^2 L\, C1}{s\, L} & \frac{1}{s\, L} \\ \frac{1}{s\, L} & -\frac{s\, L + s^2 L\, C2\, RL + RL}{s\, L\, RL} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Die Admittanzmatrix Yv des Verstärkers (Eingangsspannung steuert Ausgangsstromquelle mit Steilheit S, Eingangswiderstand unendlich,
Ausgangswiderstand 0) stellen wir ohne Syrup von Hand auf:

```
> Yv:=matrix([[0,0],[S,0]]);
```

$$Yv := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ S & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

```
> with(linalg);
```

[*BlockDiagonal*, *GramSchmidt*, *JordanBlock*, *LUdecomp*, *QRdecomp*, *Wronskian*, *addcol*, *addrow*, *adj*, *adjoint*, *angle*, *augment*, *backsub*, *band*, *basis*, *bezout*, *blockmatrix*, *charmat*, *charpoly*, *cholesky*, *col*, *coldim*, *colspace*, *colspan*, *companion*, *concat*, *cond*, *copyinto*, *crossprod*, *curl*, *definite*, *delcols*, *delrows*, *det*, *diag*, *diverge*, *dotprod*, *eigenvals*, *eigenvalues*, *eigenvectors*, *eigenvects*, *entermatrix*, *equal*, *exponential*, *extend*, *ffgausselim*, *fibonacci*, *forwardsub*, *frobenius*, *gausselim*, *gaussjord*, *geneqns*, *genmatrix*, *grad*, *hadamard*, *hermite*, *hessian*, *hilbert*, *htranspose*, *ihermite*, *indexfunc*, *innerprod*, *intbasis*, *inverse*, *ismith*, *issimilar*, *iszero*, *jacobian*, *jordan*, *kernel*, *laplacian*, *leastsqrs*, *linsolve*, *matadd*, *matrix*, *minor*, *minpoly*, *mulcol*, *mulrow*, *multiply*, *norm*, *normalize*, *nullspace*, *orthog*, *permanent*, *pivot*, *potential*, *randmatrix*, *randvector*, *rank*, *ratform*, *row*, *rowdim*, *rowspace*, *rowspan*, *rref*, *scalarmul*, *singularvals*, *smith*, *stackmatrix*, *submatrix*, *subvector*, *sumbasis*, *swapcol*, *swaprow*, *sylvester*, *toeplitz*, *trace*, *transpose*, *vandermonde*, *vecpotent*, *vectdim*, *vector*, *wronskian*] **(11)**

```
> Yges:=evalm(Yv-Yr);
```

$$Yges := \begin{bmatrix} \frac{1 + s^2 L\, C1}{s\, L} & -\frac{1}{s\, L} \\ S - \frac{1}{s\, L} & \frac{s\, L + s^2 L\, C2\, RL + RL}{s\, L\, RL} \end{bmatrix} \quad (12)$$

```
> detYges:=det(Yges);
```

$$detYges := \frac{1 + s\, C2\, RL + s^2 L\, C1 + s^3\, C2\, RL\, L\, C1 + s\, C1\, RL + RL\, S}{s\, L\, RL} \quad (13)$$

```
> detYgesPol:=numer(detYges);
```

$$detYgesPol := 1 + s\, C2\, RL + s^2 L\, C1 + s^3\, C2\, RL\, L\, C1 + s\, C1\, RL + RL\, S \quad (14)$$

Wir wählen ein paar Bauteilwerte:

```
> vals:=[L=20e-9,RL=10e3,C2=4.7e-12,S=1];
```

$$vals := [L = 2.0\ 10^{-8}, RL = 10000., C2 = 4.7\ 10^{-12}, S = 1] \quad (15)$$

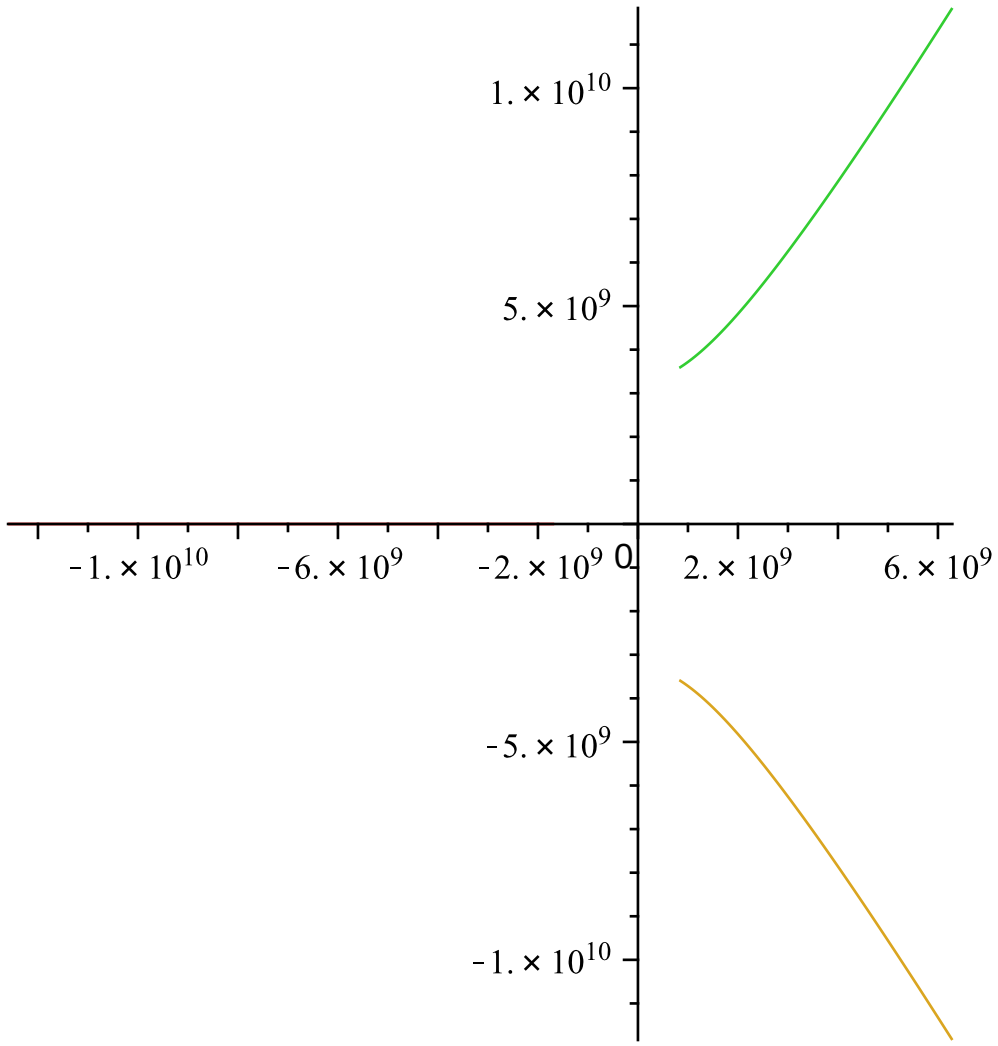
```
> loes:=[solve(eval(eval(detYgesPol,C1=n*C2),vals),s)]:
```

```
> with(plots);
```

[*animate*, *animate3d*, *animatecurve*, *arrow*, *changecoords*, *complexplot*, *complexplot3d*, *conformal*, *conformal3d*, *contourplot*, *contourplot3d*, *coordplot*, *coordplot3d*, *densityplot*, *display*, *dualaxisplot*, *fieldplot*, *fieldplot3d*, *gradplot*, *gradplot3d*, *implicitplot*, *implicitplot3d*, *inequal*, *interactive*, *interactiveparams*, *intersectplot*, *listcontplot*, *listcontplot3d*, *listdensityplot*, *listplot*, *listplot3d*, *loglogplot*, *logplot*, *matrixplot*, *multiple*, *odeplot*, *pareto*, *plotcompare*, *pointplot*, *pointplot3d*, *polarplot*, *polygonplot*, *polygonplot3d*, *polyhedra_supported*, *polyhedraplot*, *rootlocus*, *semilogplot*, *setcolors*, *setoptions*, *setoptions3d*, *spacecurve*, *sparsematrixplot*, *surfdata*, *textplot*, *textplot3d*, *tubeplot*] (16)

In der folgenden Grafik erkennen wir beim Variieren der Grenzen von n, daß sich bei kleiner werdendem n die Striche (die die Pole markieren)
immer weiter von der 0 entfernen. Man beachte, daß die komplexe Ebene hier eine s-Ebene ist. Das heißt der Realteil regiert die Aufschaukelung
und der Imaginärteil die Frequenz. Es nimmt also mit kleiner werdendem C1 die Frequenz zu und die Neigung zur Aufschaukelung ebenso.
Dies entspricht auch der Intuition: Kleinere Kapazität, also höhere Frequenz. loes[1] ist eine aussterbende Schwingung mit kleiner Frequenz.

```
> complexplot(loes,n=1..100);
```



Jetzt wenden wir uns der vollen Colpitts-Topologie für das Rückkopplungsnetzwerk zu:

Es wird noch ein Kondensator C3 parallel zu L ins Spiel gebracht, außerdem (nach TS) noch der Dämpfungswiderstand RP im Parallelschwingkreis.

Bitte immer im folgenden beachten: Obwohl mein laufender Vergleich das Beispiel aus TS p.1512 ff. ist, heißen die Kondensatoren dort (von oben)

C1 C2 C3

bei mir aber

C3 C2 C1

(Das ist keine Bosheit, sondern liegt daran, daß ich die Bezeichnungen aus dem oberen Beispiel, daß sich auf Meinke/Gundlach bezieht, beibehalten wollte).

Wieder ist:

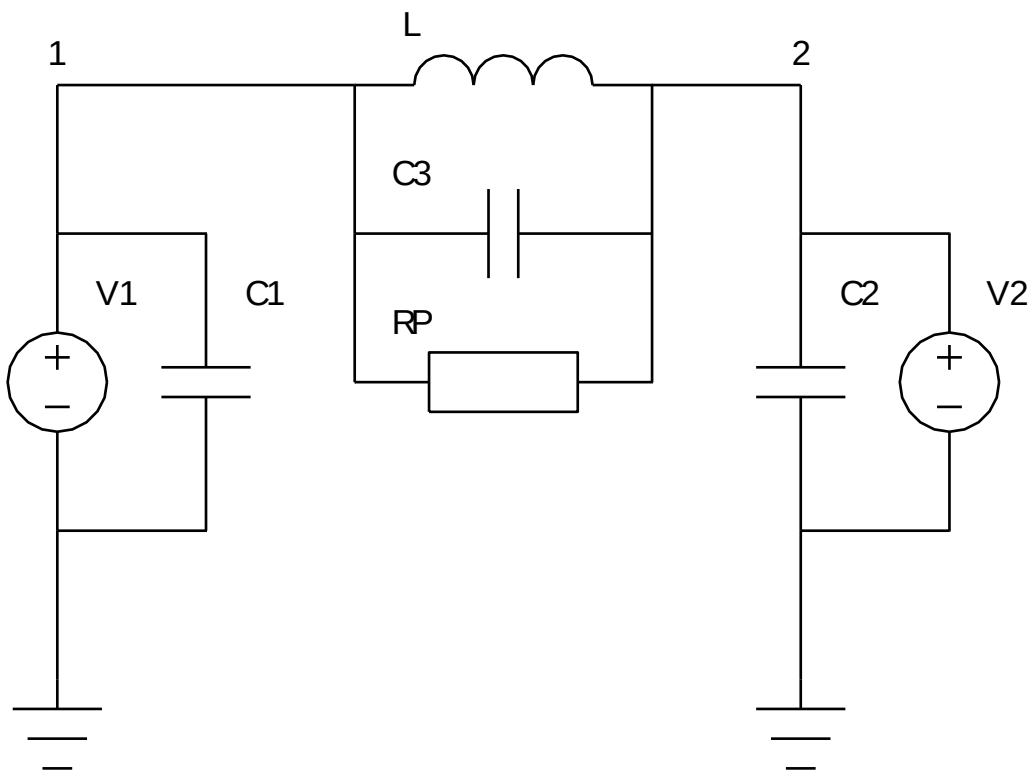
rechts oben 2: C und Masse rechts unten: E
links oben 1:B und Masse links unten E

C1 ist der untere Kondensator im Spannungsteiler der Rückkopplung von C nach E
C2 ist der obere Kondensator

```
> lds1:=[V1 &// C1,L &// C3 &//RP,C2 &// V2];
```

$$lds1 := [V1 \,\&//\, C1, \&//(L, C3, RP), C2 \,\&//\, V2] \quad (17)$$

```
> draw(lds1);
```




```
> syrup(lds1,ac,'curr1');
```

$$\{v_1 = V1, v_2 = V2\} \quad (18)$$

```
> curr1;
```

(19)

$$\left\{ i_{C1} = s\,C1\,V1,\ i_{C2} = s\,C2\,V2,\ i_{C3} = s\,C3\,(V1 - V2),\ i_L = \frac{V1 - V2}{s\,L},\ i_{RP} = \frac{V1 - V2}{RP},\ i_{V1} = -\frac{s\,L\,V1 - s\,L\,V2 + s^2\,L\,C3\,RP\,V1 - s^2\,L\,C3\,RP\,V2 + RP\,V1 - RP\,V2 + s^2\,L\,C1\,V1\,RP}{s\,L\,RP},\ i_{V2} = -\frac{s^2\,L\,C2\,V2\,RP - s\,L\,V1 + s\,L\,V2 - s^2\,L\,C3\,RP\,V1 + s^2\,L\,C3\,RP\,V2 - RP\,V1 + RP\,V2}{s\,L\,RP} \right\} \tag{19}$$

```
> eval([i[V1],i[V2]],curr1);
```

$$\left[-\frac{s\,L\,V1 - s\,L\,V2 + s^2\,L\,C3\,RP\,V1 - s^2\,L\,C3\,RP\,V2 + RP\,V1 - RP\,V2 + s^2\,L\,C1\,V1\,RP}{s\,L\,RP},\ -\frac{s^2\,L\,C2\,V2\,RP - s\,L\,V1 + s\,L\,V2 - s^2\,L\,C3\,RP\,V1 + s^2\,L\,C3\,RP\,V2 - RP\,V1 + RP\,V2}{s\,L\,RP} \right] \tag{20}$$

```
> map(zz->[coeff(zz,V1),coeff(zz,V2)],(20)) ;
```

$$\left[\left[-\frac{s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP + s^2\,L\,C1\,RP}{s\,L\,RP},\ -\frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} \right], \left[-\frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP},\ -\frac{s^2\,L\,C2\,RP + s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP}{s\,L\,RP} \right] \right] \tag{21}$$

```
> Yr1:=matrix(%);
```

$$Yr1 := \begin{bmatrix} -\frac{s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP + s^2\,L\,C1\,RP}{s\,L\,RP} & -\frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} \\ -\frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} & -\frac{s^2\,L\,C2\,RP + s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP}{s\,L\,RP} \end{bmatrix} \tag{22}$$

```
> Yr1rev:=matrix(map(zz->[coeff(zz,V2),coeff(zz,V1)],eval([i[V2],i
[V1]],curr1)));
```

$$Yr1rev := \begin{bmatrix} -\frac{s^2\,L\,C2\,RP + s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP}{s\,L\,RP} & -\frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} \\ -\frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} & -\frac{s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP + s^2\,L\,C1\,RP}{s\,L\,RP} \end{bmatrix} \tag{23}$$

```
> Yges1:=evalm(Yv-Yr1);
```

$$Yges1 := \begin{bmatrix} \frac{s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP + s^2\,L\,C1\,RP}{s\,L\,RP} & \frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} \\ S + \frac{-s\,L - s^2\,L\,C3\,RP - RP}{s\,L\,RP} & \frac{s^2\,L\,C2\,RP + s\,L + s^2\,L\,C3\,RP + RP}{s\,L\,RP} \end{bmatrix} \tag{24}$$

```
> Yges1det:=det(Yges1);
```

$$Yges1det := \frac{1}{s\,L\,RP}\left(s^2\,L\,C2 + s^3\,L\,C3\,RP\,C2 + s\,C2\,RP + s^3\,L\,C1\,RP\,C2 + s^2\,L\,C1 + s^3\,L\,C1\,RP\,C3 + s\,C1\,RP + s\,L\,S + s^2\,L\,C3\,RP\,S + S\,RP\right) \quad (25)$$

```
> Yges1detPol:=numer(Yges1det);
```

$$Yges1detPol := s^2\,L\,C2 + s^3\,L\,C3\,RP\,C2 + s\,C2\,RP + s^3\,L\,C1\,RP\,C2 + s^2\,L\,C1 + s^3\,L\,C1\,RP\,C3 + s\,C1\,RP + s\,L\,S + s^2\,L\,C3\,RP\,S + S\,RP \quad (26)$$

```
> with(Groebner);
```

[*Basis*, *FGLM*, *HilbertDimension*, *HilbertPolynomial*, *HilbertSeries*, *Homogenize*, *InitialForm*, *InterReduce*, *IsProper*, *IsZeroDimensional*, *LeadingCoefficient*, *LeadingMonomial*, *LeadingTerm*, *MatrixOrder*, *MaximalIndependentSet*, *MonomialOrder*, *MultiplicationMatrix*, *MultivariateCyclicVector*, *NormalForm*, *NormalSet*, *RationalUnivariateRepresentation*, *Reduce*, *RememberBasis*, *SPolynomial*, *Solve*, *SuggestVariableOrder*, *Support*, *TestOrder*, *ToricIdealBasis*, *TrailingTerm*, *UnivariatePolynomial*, *Walk*, *WeightedDegree*] **(27)**

Jetzt kommt die entscheidende Überlegung:

Wir setzen das Polynom det Y(s) = g(s) gleich einem Polynom h(s) = B*(s+I*A+eps)*(s-I*A+eps)*(s-X), das ausdrückt, das in g(s)=h(s) zwei konjugiert
imaginäre Nullstellen nahe der reellen Achse vorhanden sein sollen, die mit eps->0 gegen diese Achse wandern und an solchen s = A ankommen,
die die Zielfrequenz des Oszillators beschreiben.

```
> expand((s+I*A+eps)*(s-I*A+eps));
```

$$s^2 + 2\,s\,eps + A^2 + eps^2 \quad (28)$$

```
> collect(Yges1detPol-B*(s^2+A^2+2*s*eps+eps^2)*(s-X),s);
```

$$\left(L\,C1\,RP\,C2 + L\,C1\,RP\,C3 + L\,C3\,RP\,C2 - B\right)s^3 + \left(L\,C2 + L\,C1 + L\,C3\,RP\,S - 2\,B\,eps + B\,X\right)s^2 + \left(L\,S + C2\,RP - B\left(A^2 + eps^2\right) + 2\,B\,eps\,X + C1\,RP\right)s + S\,RP + B\left(A^2 + eps^2\right)X \quad (29)$$

```
> cfs:=coeffs((29),s,'trms');
```

$$cfs := S\,RP + B\left(A^2 + eps^2\right)X,\ L\,S + C2\,RP - B\left(A^2 + eps^2\right) + 2\,B\,eps\,X + C1\,RP,\ L\,C2 + L\,C1 + L\,C3\,RP\,S - 2\,B\,eps + B\,X,\ L\,C1\,RP\,C2 + L\,C1\,RP\,C3 + L\,C3\,RP\,C2 - B \quad (30)$$

```
> trms;
```

$$1,\ s,\ s^2,\ s^3 \quad (31)$$

Wir haben offensichtlich vier Gleichunngen zur Verfügung, aus denen wir A, B und X, unsere Hilfsgrößen, eliminieren.
Es bleibt eine Gleichung zurück Q(s,eps), die die restlichen Größen miteinander verknüpft. Wir nennen sie die "Mastergleichung"
Weitere Nebenbedingungen sind: X, B reell. B reell ist, wie man unten sieht, immer erfüllt.

Q(s,0) = 0 liefert eine Bedingung, die C1 und C2 miteinander verknüpft, und, wie untenstehende Rechnungen zeigen, auch zu
realistischen Werten für C2/C1 führt.

```
> eqsBed:=eliminate({cfs},{A,B,X});
```

$$eqsBed := \left[\left\{A = \frac{1}{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\left(L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\left(3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C2 + 3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C3 - 2\,eps\,L\,C3\,RP\,S + C1\,RP - 2\,C1\,eps\,L + 3\,eps^2\,L\,C3\,RP\,C2 + C2\,RP - 2\,eps\,L\,C2 + L\,S\right)\right)^{1/2}, B = L\,C1\,RP\,C2 + L\,C1\,RP\,C3 + L\,C3\,RP\,C2, X = \frac{-C2 - C1 - C3\,RP\,S + 2\,eps\,C1\,RP\,C2 + 2\,eps\,C1\,RP\,C3 + 2\,eps\,C3\,RP\,C2}{RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\right\}, \{ -16\,eps^2\,L\,C1\,C2\,C3\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1\,C2^2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C3\,RP - 8\,eps^2\,L\,C3\,C2^2\,RP + 4\,eps\,L\,C1\,C2 - C2^2\,RP + 2\,eps\,L\,C2^2 - 2\,C1\,RP\,C2 + 16\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C2^2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C3^2\,C2 + 4\,C1\,RP^2\,eps\,C3\,C2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2^2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C3^2 + 8\,eps^3\,L\,C3^2\,RP^2\,C2^2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C3 + 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C1 + 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C3 - C1^2\,RP + 2\,C1^2\,eps\,L - L\,S\,C2 + 6\,eps\,L\,C2\,C3\,RP\,S + S\,RP^2\,C1\,C2 - L\,C1\,S + 6\,C1\,C3\,RP\,S\,eps\,L + 2\,C1\,C2\,RP\,S\,eps\,L - 8\,C2\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C2\,C3\,RP^2\,S\,eps^2\,L - C3\,RP\,S^2\,L + 2\,C3^2\,RP^2\,S^2\,eps\,L\}\right], \left[\left\{A = -\frac{1}{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\left(L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\left(3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C2 + 3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C3 - 2\,eps\,L\,C3\,RP\,S + C1\,RP - 2\,C1\,eps\,L + 3\,eps^2\,L\,C3\,RP\,C2 + C2\,RP - 2\,eps\,L\,C2 + L\,S\right)\right)^{1/2}, B = L\,C1\,RP\,C2 \right.\right. \tag{32}$$

$$+ L\,C1\,RP\,C3 + L\,C3\,RP\,C2, X = \frac{-C2 - C1 - C3\,RP\,S + 2\,eps\,C1\,RP\,C2 + 2\,eps\,C1\,RP\,C3 + 2\,eps\,C3\,RP\,C2}{RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\Big\}, \{$$

$$-16\,eps^2\,L\,C1\,C2\,C3\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1\,C2^2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C3\,RP$$
$$- 8\,eps^2\,L\,C3\,C2^2\,RP + 4\,eps\,L\,C1\,C2 - C2^2\,RP + 2\,eps\,L\,C2^2 - 2\,C1\,RP\,C2$$
$$+ 16\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C2^2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C3^2\,C2$$
$$+ 4\,C1\,RP^2\,eps\,C3\,C2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2^2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C3^2$$
$$+ 8\,eps^3\,L\,C3^2\,RP^2\,C2^2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C3 + 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C1$$
$$+ 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C3 - C1^2\,RP + 2\,C1^2\,eps\,L - L\,S\,C2 + 6\,eps\,L\,C2\,C3\,RP\,S$$
$$+ S\,RP^2\,C1\,C2 - L\,C1\,S + 6\,C1\,C3\,RP\,S\,eps\,L + 2\,C1\,C2\,RP\,S\,eps\,L$$
$$- 8\,C2\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C2\,C3\,RP^2\,S\,eps^2\,L - C3\,RP\,S^2\,L$$
$$+ 2\,C3^2\,RP^2\,S^2\,eps\,L\}]$$

Nur für eqsBed[2] ist A < 0 möglich!

```
> eqsBed[2];
```

$$\Big[\Big\{A = -\frac{1}{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\big(L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\,\big(3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C2 + 3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C3 - 2\,eps\,L\,C3\,RP\,S + C1\,RP - 2\,C1\,eps\,L + 3\,eps^2\,L\,C3\,RP\,C2 + C2\,RP - 2\,eps\,L\,C2 + L\,S\big)\big)^{1/2}, B = L\,C1\,RP\,C2 + L\,C1\,RP\,C3 + L\,C3\,RP\,C2, X = \frac{-C2 - C1 - C3\,RP\,S + 2\,eps\,C1\,RP\,C2 + 2\,eps\,C1\,RP\,C3 + 2\,eps\,C3\,RP\,C2}{RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\Big\}, \{ \tag{33}$$

$$-16\,eps^2\,L\,C1\,C2\,C3\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1\,C2^2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C3\,RP$$
$$- 8\,eps^2\,L\,C3\,C2^2\,RP + 4\,eps\,L\,C1\,C2 - C2^2\,RP + 2\,eps\,L\,C2^2 - 2\,C1\,RP\,C2$$
$$+ 16\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C2^2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C3^2\,C2$$
$$+ 4\,C1\,RP^2\,eps\,C3\,C2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2^2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C3^2$$
$$+ 8\,eps^3\,L\,C3^2\,RP^2\,C2^2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C3 + 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C1$$
$$+ 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C3 - C1^2\,RP + 2\,C1^2\,eps\,L - L\,S\,C2 + 6\,eps\,L\,C2\,C3\,RP\,S$$
$$+ S\,RP^2\,C1\,C2 - L\,C1\,S + 6\,C1\,C3\,RP\,S\,eps\,L + 2\,C1\,C2\,RP\,S\,eps\,L$$

$$-8\,C2\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C2\,C3\,RP^2\,S\,eps^2\,L - C3\,RP\,S^2\,L + 2\,C3^2\,RP^2\,S^2\,eps\,L\}]$$

Wir leiten jetzt durch Entwicklung um eps=0 her, daß der Schwingkreis näherungsweise tatsächlich durch L und C = C3 + C1*C2/(C1+C2) bestimmt wird.

```
> eval(A,(33)[1]);
```

$$-\frac{1}{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\left(L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\,\left(3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C2 + 3\,eps^2\,L\,C1\,RP\,C3 - 2\,eps\,L\,C3\,RP\,S + C1\,RP - 2\,C1\,eps\,L + 3\,eps^2\,L\,C3\,RP\,C2 + C2\,RP - 2\,eps\,L\,C2 + L\,S\right)\right)^{1/2} \tag{34}$$

```
> series(%,eps=0,2);
```

$$-\frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\,(L\,S + C2\,RP + C1\,RP)}}{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)} + \frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\,(L\,S + C2\,RP + C1\,RP)}\,(C1 + C3\,RP\,S + C2)}{(L\,S + C2\,RP + C1\,RP)\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}\,eps + O(eps^2) \tag{35}$$

```
> coeff(%,eps,0);
```

$$-\frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\,(L\,S + C2\,RP + C1\,RP)}}{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)} \tag{36}$$

```
> fA:=simplify(%,symbolic);
```

$$fA := -\frac{\sqrt{L\,S + C2\,RP + C1\,RP}}{\sqrt{L}\,\sqrt{RP}\,\sqrt{C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2}} \tag{37}$$

```
> Cxval:=solve(fA=1/sqrt(L*Cx),Cx);
```

$$Cxval := \frac{RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}{L\,S + C2\,RP + C1\,RP} \tag{38}$$

```
> convert(Cxval,parfrac,C3);
```

$$\frac{RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)}{L\,S + C2\,RP + C1\,RP} \tag{39}$$

```
> limit((39),RP=infinity);
```

$$\frac{C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2}{C1 + C2} \tag{40}$$

```
> convert((40),parfrac,C3);
```

$$C3 + \frac{C1\,C2}{C1 + C2} \tag{41}$$

```
> merit:=coeff((35),eps,1);
```

$$merit := \frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)\,(L\,S + C2\,RP + C1\,RP)}\;(C1 + C3\,RP\,S + C2)}{(L\,S + C2\,RP + C1\,RP)\,RP\,(C1\,C2 + C1\,C3 + C3\,C2)} \quad (42)$$

```
> master:=eqsBed[2][2][1];
```

$$\begin{aligned} master := & -16\,eps^2\,L\,C1\,C2\,C3\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C2\,RP - 8\,eps^2\,L\,C1\,C2^2\,RP \\ & - 8\,eps^2\,L\,C1^2\,C3\,RP - 8\,eps^2\,L\,C3\,C2^2\,RP + 4\,eps\,L\,C1\,C2 - C2^2\,RP + 2\,eps\,L\,C2^2 \\ & - 2\,C1\,RP\,C2 + 16\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2\,C3 + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C2^2\,C3 \\ & + 16\,eps^3\,L\,C1\,RP^2\,C3^2\,C2 + 4\,C1\,RP^2\,eps\,C3\,C2 + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C2^2 \\ & + 8\,eps^3\,L\,C1^2\,RP^2\,C3^2 + 8\,eps^3\,L\,C3^2\,RP^2\,C2^2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C2 + 2\,C1^2\,RP^2\,eps\,C3 \\ & + 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C1 + 2\,C2^2\,RP^2\,eps\,C3 - C1^2\,RP + 2\,C1^2\,eps\,L - L\,S\,C2 \\ & + 6\,eps\,L\,C2\,C3\,RP\,S + S\,RP^2\,C1\,C2 - L\,C1\,S + 6\,C1\,C3\,RP\,S\,eps\,L \\ & + 2\,C1\,C2\,RP\,S\,eps\,L - 8\,C2\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L - 8\,C1\,C3^2\,RP^2\,S\,eps^2\,L \\ & - 8\,C1\,C2\,C3\,RP^2\,S\,eps^2\,L - C3\,RP\,S^2\,L + 2\,C3^2\,RP^2\,S^2\,eps\,L \end{aligned} \quad (43)$$

```
> eval(master,eps=0);
```

$$-C2^2\,RP - 2\,C1\,RP\,C2 - C1^2\,RP - L\,S\,C2 + S\,RP^2\,C1\,C2 - L\,C1\,S - C3\,RP\,S^2\,L \quad (44)$$

```
> loesC2:=solve((44),C2):
```

```
> vals1;
```

$$vals1 \quad (45)$$

In valsTS sind Werte aus TS Abb 26.25 festgehalten. C1 und C2 bleiben offen, die sollen aus der Mastergleichung
berechnet werden.

```
> valsTS:=[L=100e-9,C3=21.9e-12,RP=5e3,S=100e-6/26e-3];
```

$$valsTS := [L = 1.00\;10^{-7},\; C3 = 2.19\;10^{-11},\; RP = 5000.,\; S = 0.003846153846] \quad (46)$$

Jetzt erproben wir die Mastergleichung:

```
> solve(eval([eval(master,eps=0)=0,102e6=1/(2*Pi*sqrt(L*(C3+C1*C2/
  (C1+C2))))],valsTS),{C1,C2});
```

$$\{C1 = 4.368285067\;10^{-11},\; C2 = 2.591860540\;10^{-12}\},\; \{C1 = 2.591860540\;10^{-12},\; C2 \quad (47)$$

$= 4.368285067\ 10^{-11}\}, \{C1 = 3.500448609\ 10^{-13} - 1.261099073\ 10^{-12}\ \mathrm{I}, C2 = 3.500448609\ 10^{-13} + 1.261099073\ 10^{-12}\ \mathrm{I}\}, \{C1 = 3.500448609\ 10^{-13} + 1.261099073\ 10^{-12}\ \mathrm{I}, C2 = 3.500448609\ 10^{-13} - 1.261099073\ 10^{-12}\ \mathrm{I}\}$

```
> evalf(eval(eval(1/(2*Pi*sqrt(L*(C3+C1*C2/(C1+C2)))),valsTS),[C1=15.5e-12,C2=2.7e-12]));
```

$$1.023098337\ 10^{8} \tag{48}$$

```
> evalf(eval(1/(2*Pi*sqrt(L*C3)),valsTS));
```

$$1.075469440\ 10^{8} \tag{49}$$

Wir untersuchen noch kurz die Realität von X:

```
> eval(X,eqsBed[2][1]);
```

$$\frac{-C2 - C1 - C3\ RP\ S + 2\ eps\ C1\ RP\ C2 + 2\ eps\ C1\ RP\ C3 + 2\ eps\ C3\ RP\ C2}{RP\ (C1\ C2 + C1\ C3 + C3\ C2)} \tag{50}$$

Man erkennt, daß X nicht nur immer reell, sondern sogar auch in 0-ter Ordnung in eps, wie erforderlich, negativ ist.

```
> series(%,eps=0,3);
```

$$\frac{-C2 - C1 - C3\ RP\ S}{RP\ (C1\ C2 + C1\ C3 + C3\ C2)} + \frac{2\ C1\ RP\ C2 + 2\ C1\ RP\ C3 + 2\ C3\ RP\ C2}{RP\ (C1\ C2 + C1\ C3 + C3\ C2)}\ eps \tag{51}$$

Nun zum Barkhausen-Kriterium. Wir brauchen den LoopGain bei der Nennfrequenz s = +A,-A

```
> eval(A,eqsBed[2][1]);
```

$$-\frac{1}{L\ RP\ (C1\ C2 + C1\ C3 + C3\ C2)} \left(L\ RP\ (C1\ C2 + C1\ C3 + C3\ C2)\ \left(3\ eps^2\ L\ C1\ RP\ C2 + 3\ eps^2\ L\ C1\ RP\ C3 - 2\ eps\ L\ C3\ RP\ S + C1\ RP - 2\ C1\ eps\ L + 3\ eps^2\ L\ C3\ RP\ C2 + C2\ RP - 2\ eps\ L\ C2 + L\ S\right)\right)^{1/2} \tag{52}$$

```
> series((52),eps=0,2);
```

$$-\frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)\,(L\,S+C2\,RP+C1\,RP)}}{L\,RP\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)}+\frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)\,(L\,S+C2\,RP+C1\,RP)}\,(C1+C3\,RP\,S+C2)}{(L\,S+C2\,RP+C1\,RP)\,RP\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)}\,eps+\mathrm{O}(eps^2) \tag{53}$$

```
> A0:=coeff((53),eps,0);
```

$$A0 := -\frac{\sqrt{L\,RP\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)\,(L\,S+C2\,RP+C1\,RP)}}{L\,RP\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)} \tag{54}$$

```
> A0:=simplify(A0,symbolic);
```

$$A0 := -\frac{\sqrt{L\,S+C2\,RP+C1\,RP}}{\sqrt{L}\,\sqrt{RP}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}} \tag{55}$$

```
> A01:=limit(A0,RP=infinity);
```

$$A01 := -\frac{\sqrt{C1+C2}}{\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}} \tag{56}$$

```
> evalm(Yges1);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{s^2\,L\,C3\,RP+s\,L+RP+s^2\,L\,C1\,RP}{s\,L\,RP} & \frac{-s^2\,L\,C3\,RP-s\,L-RP}{s\,L\,RP} \\ S+\frac{-s^2\,L\,C3\,RP-s\,L-RP}{s\,L\,RP} & \frac{s^2\,L\,C2\,RP+s^2\,L\,C3\,RP+s\,L+RP}{s\,L\,RP} \end{bmatrix} \tag{57}$$

Wir wollen den open-loop Gain berechnen und mit der Formel aus TS vergleichen

```
> with(inttrans);
```

$$[addtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert, invlaplace, invmellin, laplace, mellin, savetable] \tag{58}$$

```
> ?laplace
```

Die Laplace-Transformation des Dirac-Impulses ist natürlich 1:

```
> laplace(Dirac(t),t,s);
```

$$1 \tag{59}$$

```
> valsTS;
```

$$[L=1.00\ 10^{-7},\ C3=2.19\ 10^{-11},\ RP=5000.,\ S=0.003846153846] \tag{60}$$

```
> valsTSall:=[op(valsTS),C1=15.5e-12,C2=2.7e-12];
```

$$valsTSall := [L = 1.00\ 10^{-7}, C3 = 2.19\ 10^{-11}, RP = 5000., S = 0.003846153846, C1 = 1.55\ 10^{-11}, C2 = 2.7\ 10^{-12}] \quad (61)$$

Ein kurzer Ausflug in die Belevitsch-Matrizen (Kupfmüller), um B direkt aus Y herzuleiten:
(MM ist die sogenannte Belevitsch-Matrix)

```
> MM:=matrix([[1,0,-y11,-y12],[0,1,-y21,-y22]]);
```

$$MM := \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y11 & -y12 \\ 0 & 1 & -y21 & -y22 \end{bmatrix} \quad (62)$$

```
> evalm(MM &* vector([I1,I2,U1,U2]));
```

$$\begin{bmatrix} I1 - y11\ U1 - y12\ U2 & I2 - y21\ U1 - y22\ U2 \end{bmatrix} \quad (63)$$

```
> eqx:={%[1],%[2]};
```

$$eqx := \{I1 - y11\ U1 - y12\ U2, I2 - y21\ U1 - y22\ U2\} \quad (64)$$

```
> solve(eqx,{U1,I1});
```

$$\left\{I1 = \frac{y11\ I2 - y11\ y22\ U2 + y12\ U2\ y21}{y21}, U1 = \frac{I2 - y22\ U2}{y21}\right\} \quad (65)$$

```
> aa1:=simplify(eval([U1,I1],(65)) );
```

$$aa1 := \left[\frac{I2 - y22\ U2}{y21}, \frac{y11\ I2 - y11\ y22\ U2 + y12\ U2\ y21}{y21}\right] \quad (66)$$

```
> AA:=matrix([[coeff(aa1[1],U2),-coeff(aa1[1],I2)],[coeff(aa1[2],
  U2),-coeff(aa1[2],I2)]]);
```

$$AA := \begin{bmatrix} -\frac{y22}{y21} & -\frac{1}{y21} \\ \frac{y12\ y21 - y22\ y11}{y21} & -\frac{y11}{y21} \end{bmatrix} \quad (67)$$

```
> BB:=evalm(AA^(-1));
```

$$BB := \begin{bmatrix} -\frac{y11}{y12} & \frac{1}{y12} \\ \frac{-y12\ y21 + y22\ y11}{y12} & -\frac{y22}{y12} \end{bmatrix} \quad (68)$$

```
> evalm((68)^(-1));
```

$$\begin{bmatrix} -\frac{y22}{y21} & -\frac{1}{y21} \\ -\frac{-y12\ y21 + y22\ y11}{y21} & -\frac{y11}{y21} \end{bmatrix} \quad (69)$$

Wir definieren zur Bequemlichkeit (für ganz weiter unten) eine Funktion par(a,b)=(1/a+1/b)^(-1)

```
> par:=proc(a,b) 1/(1/a+1/b); end;
```

$$par := \mathbf{proc}(a, b)\ 1/(1/a + 1/b)\ \mathbf{end\ proc} \quad (70)$$

Wir definieren computeB um B aus Y herzuleiten. Dazu schreiben wir den Inhalt von BB oben ab. Ebenso computeA:

```
> computeB:=proc(Ymat) simplify(matrix( [[-Ymat[1,1]/Ymat[1,2],
  1/Ymat[1,2]],
  [-det(Ymat)/Ymat[1,2],-Ymat[2,2]/Ymat[1,2]]])); end;
```

$$computeB := \mathbf{proc}(Ymat)\ simplify(linalg{:}\text{-}matrix([[-Ymat[1,1]/Ymat[1,2], 1/Ymat[1,2]], [-linalg{:}\text{-}det(Ymat)/Ymat[1,2], -Ymat[2,2]/Ymat[1,2]]]))\ \mathbf{end\ proc} \quad (71)$$

```
> computeA:=proc(Ymat) matrix([[-Ymat[2,2]/Ymat[2,1],-1/Ymat[2,1]
  ],[det(Ymat)/Ymat[2,1],-Ymat[1,1]/Ymat[2,1]]]) end;
```

$$computeA := \mathbf{proc}(Ymat)\ linalg{:}\text{-}matrix([[-Ymat[2,2]/Ymat[2,1], -1/Ymat[2,1]], [linalg{:}\text{-}det(Ymat)/Ymat[2,1], -Ymat[1,1]/Ymat[2,1]]])\ \mathbf{end\ proc} \quad (72)$$

Hier brechen wir die Versuche ab, aus der Vierpoltheorie direkt den Loop-Gain LG mittels Matrizenrechnung herzuleiten (Hat alles nicht geklappt).

Statt dessen gehen wir direkt vom Schaltbild aus und nehmen wieder Syrup zu Hilfe:

```
> ?Syrup
```

```
> lds11:=[(C1 &// RE &+ V1) , C2&// G1(1,2,S) , L &// C3 &// RP ]
  ;
```

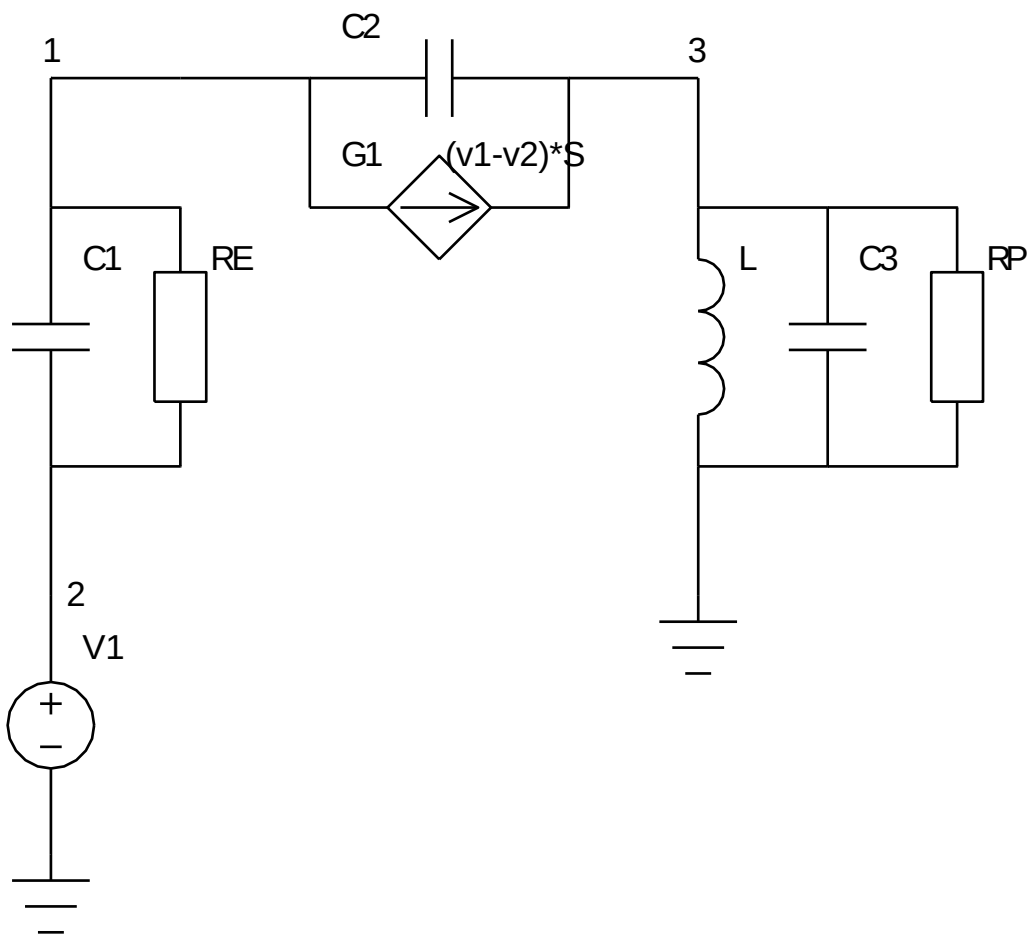
$$lds11 := [(C1\ \&//\ RE)\ \&+\ V1, C2\ \&//\ (G1(1, 2, S)), \&//(L, C3, RP)] \quad (73)$$

```
> printdeck(lds11);
`
C1 1 2 C1 ic=0
C2 1 3 C2 ic=0
C3 3 0 C3 ic=0
```

```
G1 1 3 1 2 S
L 3 0 L ic=0
RE 1 2 RE
RP 3 0 RP
V1 2 0 V1
.end`
```

Im folgenden Bild ist: Basis B unten, Emitter E oben links, Kollektor C oben rechts.

```
> draw(lds11);
```




```
> syrup(lds11,ac,'curr');
```

$$\left\{ v_1 = \left(V1 \left(s\,L + s^2\,L\,C1\,RE + s^2\,L\,C3\,RP + s^3\,L\,C3\,RP\,C1\,RE + RP + s\,C1\,RE\,RP + S\,RE\,s\,L + S\,s^2\,C3\,L\,RE\,RP + S\,RE\,RP + s^2\,L\,C2\,RP + s^3\,C2\,C1\,RE\,RP\,L \right) \right) \Big/ \left(s\,L + s^2\,L\,C1\,RE \right. \right. \tag{74}$$

$$+ s^2 L\, C3\, RP + s^3 L\, C3\, RP\, C1\, RE + RP + s\, C1\, RE\, RP + S\, RE\, s\, L + S\, s^2\, C3\, L\, RE\, RP$$

$$+ S\, RE\, RP + s^2 L\, C2\, RP + s^2\, C2\, RE\, L + s^3\, C2\, C3\, L\, RE\, RP + s\, C2\, RE\, RP$$

$$+ s^3\, C2\, C1\, RE\, RP\, L\big),\ v_2 = V1,\ v_3 = \big(s^2 L\, C2\, RP\, V1\ (1 + s\, C1\, RE)\big) \big/ \big(s\, L + s^2 L\, C1\, RE$$
$$+ s^2 L\, C3\, RP + s^3 L\, C3\, RP\, C1\, RE + RP + s\, C1\, RE\, RP + S\, RE\, s\, L + S\, s^2\, C3\, L\, RE\, RP$$
$$+ S\, RE\, RP + s^2 L\, C2\, RP + s^2\, C2\, RE\, L + s^3\, C2\, C3\, L\, RE\, RP + s\, C2\, RE\, RP$$
$$+ s^3\, C2\, C1\, RE\, RP\, L\big)\}$$

```
> LG:=eval(v[3]/(v[1])) ;
```

(74)

$$LG := \big(s^2 L\, C2\, RP\ (1 + s\, C1\, RE)\big) \big/ \big(s\, L + s^2 L\, C1\, RE + s^2 L\, C3\, RP + s^3 L\, C3\, RP\, C1\, RE + RP$$
$$+ s\, C1\, RE\, RP + S\, RE\, s\, L + S\, s^2\, C3\, L\, RE\, RP + S\, RE\, RP + s^2 L\, C2\, RP + s^3\, C2\, C1\, RE\, RP\, L\big) \quad (75)$$

```
> LG:=simplify(LG);
```

$$LG := \big(s^2 L\, C2\, RP\ (1 + s\, C1\, RE)\big) \big/ \big(s\, L + s^2 L\, C1\, RE + s^2 L\, C3\, RP + s^3 L\, C3\, RP\, C1\, RE + RP$$
$$+ s\, C1\, RE\, RP + S\, RE\, s\, L + S\, s^2\, C3\, L\, RE\, RP + S\, RE\, RP + s^2 L\, C2\, RP + s^3\, C2\, C1\, RE\, RP\, L\big) \quad (76)$$

```
> LGopen:=LG;
```

$$LGopen := \big(s^2 L\, C2\, RP\ (1 + s\, C1\, RE)\big) \big/ \big(s\, L + s^2 L\, C1\, RE + s^2 L\, C3\, RP + s^3 L\, C3\, RP\, C1\, RE$$
$$+ RP + s\, C1\, RE\, RP + S\, RE\, s\, L + S\, s^2\, C3\, L\, RE\, RP + S\, RE\, RP + s^2 L\, C2\, RP$$
$$+ s^3\, C2\, C1\, RE\, RP\, L\big) \quad (77)$$

Wir nehmen den LoopGain bei der Resonanzfrequenz. Der Parameter, den wir nachher studieren wollen ist LG(nC) mit nC = 1 + C1/C2

```
> eval(LGopen,s=-I*A01);
```

$$-\left((C1 + C2)\ C2\, RP \left(1 + \frac{I\sqrt{C1 + C2}\ C1\, RE}{\sqrt{L}\ \sqrt{C1\, C2 + C1\, C3 + C3\, C2}}\right)\right) \Bigg/ \Bigg((C1\, C2 + C1\, C3$$
$$+ C3\, C2) \left(\frac{I\sqrt{C1 + C2}\ \sqrt{L}}{\sqrt{C1\, C2 + C1\, C3 + C3\, C2}} - \frac{(C1 + C2)\ C1\, RE}{C1\, C2 + C1\, C3 + C3\, C2}\right. \quad (78)$$

$$-\frac{(C1+C2)\,C3\,RP}{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}-\frac{\mathrm{I}\,(C1+C2)^{3/2}\,C3\,RP\,C1\,RE}{\sqrt{L}\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)^{3/2}}+RP$$
$$+\frac{\mathrm{I}\sqrt{C1+C2}\;C1\,RE\,RP}{\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}}+\frac{\mathrm{I}\,S\,RE\sqrt{C1+C2}\,\sqrt{L}}{\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}}$$
$$-\frac{S\,(C1+C2)\,C3\,RE\,RP}{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}+S\,RE\,RP-\frac{(C1+C2)\,C2\,RP}{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}$$
$$-\frac{\mathrm{I}\,(C1+C2)^{3/2}\,C2\,C1\,RE\,RP}{\sqrt{L}\,(C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2)^{3/2}}\Big)\Big)$$

```
> simplify((78),assume=positive);
```

$$\Big(\big(\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}+\mathrm{I}\sqrt{C1+C2}\;C1\,RE\big)\,(C1+C2)\,C2\,RP\Big)\Big/\Big(\tag{79}$$
$$-\mathrm{I}\sqrt{C1+C2}\;L\,C1\,C2-\mathrm{I}\sqrt{C1+C2}\;L\,C1\,C3-\mathrm{I}\sqrt{C1+C2}\;L\,C3\,C2$$
$$+C1\,RE\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}\;C2-\mathrm{I}\,S\,RE\sqrt{C1+C2}\;L\,C1\,C2$$
$$-\mathrm{I}\,S\,RE\sqrt{C1+C2}\;L\,C1\,C3-\mathrm{I}\,S\,RE\sqrt{C1+C2}\;L\,C3\,C2$$
$$-S\,RE\,RP\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}\;C1\,C2$$
$$+C1^2\,RE\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}+C2^2\,RP\sqrt{L}\,\sqrt{C1\,C2+C1\,C3+C3\,C2}$$
$$+\mathrm{I}\sqrt{C1+C2}\;C2^2\,C1\,RE\,RP\Big)$$

Wir ersetzen jetzt C3 durch C C2 C1 und C2 dann durch nC C1:

```
> simplify(eval(eval((79),C3=C-C1*C2/(C1+C2)),C2=C1/(nC-1)),assume=
  positive);
```

$$\Big(RP\,nC\,C1\,\big(\sqrt{L}\,\sqrt{C}+\mathrm{I}\,C1\,RE\big)\Big)\Big/\Big(S\,RE\,RP\sqrt{L}\,\sqrt{C}\;C1-S\,RE\,RP\sqrt{L}\,\sqrt{C}\;C1\,nC\tag{80}$$
$$-\mathrm{I}\,S\,RE\,L\,C\,nC^2+\mathrm{I}\,S\,RE\,L\,C\,nC+\mathrm{I}\,C1^2\,RE\,RP+C1\,RP\sqrt{L}\,\sqrt{C}-\mathrm{I}\,L\,C\,nC^2+\mathrm{I}\,nC\,L\,C$$
$$-C1\,RE\sqrt{L}\;nC\sqrt{C}+C1\,RE\sqrt{L}\;nC^2\sqrt{C}\Big)$$

Jetzt rechnen wir den quadrierten Betrag des Open-Loop-Gain aus (quadriert, um keine Wurzeln mitzuschleppen):

```
> LG1:=simplify(abs((80))^2,assume=positive);
```

$$LG1:=\Big(RP^2\,nC^2\,C1^2\,\big(L\,C+C1^2\,RE^2\big)\Big)\Big/\Big(S^2\,RE^2\,RP^2\,L\,C\,C1^2+2\,S\,RE\,RP^2\,L\,C\,C1^2\tag{81}$$
$$+C1^2\,RP^2\,L\,C+2\,S\,RE^2\,L\,C\,nC^2\,C1^2\,RP-2\,S^2\,RE^2\,RP^2\,L\,C\,C1^2\,nC$$
$$+S^2\,RE^2\,RP^2\,L\,C\,C1^2\,nC^2-2\,S\,RE\,RP^2\,L\,C\,C1^2\,nC-2\,S\,RE^2\,RP\,L\,C\,C1^2\,nC^3$$
$$+S^2\,RE^2\,L^2\,C^2\,nC^4-2\,S^2\,RE^2\,L^2\,C^2\,nC^3+2\,S\,RE\,L^2\,C^2\,nC^4-4\,S\,RE\,L^2\,C^2\,nC^3$$

$$+ S^2\, RE^2\, L^2\, C^2\, nC^2 + 2\, S\, RE\, L^2\, C^2\, nC^2 + C1^2\, RE^2\, L\, nC^2\, C - 2\, C1^2\, RE^2\, L\, nC^3\, C + C1^2\, RE^2\, L\, nC^4\, C + C1^4\, RE^2\, RP^2 + L^2\, C^2\, nC^4 - 2\, L^2\, C^2\, nC^3 + nC^2\, L^2\, C^2)$$

Ein kleiner Zahlentest, ob wir überhaupt richtig liegen:

```
> valsTSall;
```

$$[L = 1.00\ 10^{-7},\ C3 = 2.19\ 10^{-11},\ RP = 5000.,\ S = 0.003846153846,\ C1 = 1.55\ 10^{-11},\ C2 = 2.7\ 10^{-12}] \quad \textbf{(82)}$$

RE ist 1/S und S ist ICA = 100uA/UT mit UT=26mV Temperaturspannung.

```
> 1/(100e-6/26e-3);
```

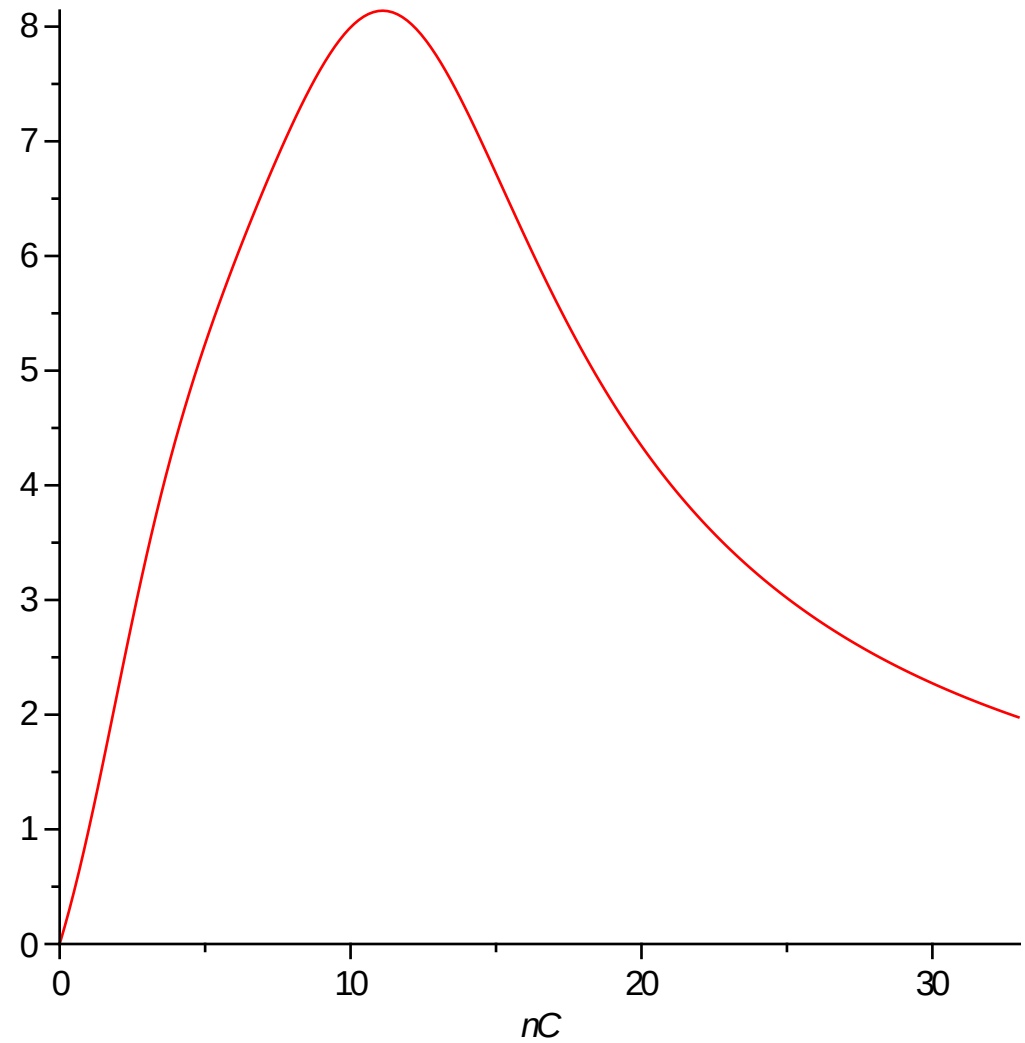
$$260.0000000 \quad \textbf{(83)}$$

```
> eval(eval(sqrt(LG1),valsTSall),[C=eval(C3+(C1*C2/(C2+C1)),
  valsTSall),RE=eval(1/S,valsTSall)]);
```

$$3.347860520\ 10^{-16}\ \left(nC^2 \Big/ \left(1.556860855\ 10^{-31} + 1.610914028\ 10^{-32}\, nC^2 - 5.813917994\ 10^{-32}\, nC - 1.637071922\ 10^{-33}\, nC^3 + 6.272662192\ 10^{-35}\, nC^4\right)\right)^{1/2} \quad \textbf{(84)}$$

Das sieht (endlich) gut aus:

```
> plot((84),nC=0..33);
```



Die Grenzwerte stimmen auch(!):

```
> limit(LG1,nC=infinity);
```

$$0 \tag{85}$$

```
> limit(LG1,nC=0);
```

$$0 \tag{86}$$

```
> LG11:=simplify(eval(LG1,S=1/RE),symbolic);
```

$$LG11 := \left(RP^2\, nC^2\, C1^2\, \left(L\, C + C1^2\, RE^2\right)\right) \Big/ \left(4\, C1^2\, RP^2\, L\, C + 2\, RE\, L\, C\, nC^2\, C1^2\, RP - 4\, RP^2\, L\, C\, C1^2\, nC + RP^2\, L\, C\, C1^2\, nC^2 - 2\, RE\, RP\, L\, C\, C1^2\, nC^3 + 4\, L^2\, C^2\, nC^4 - 8\, L^2\, C^2\, nC^3 + 4\, nC^2\, L^2\, C^2 + C1^2\, RE^2\, L\, nC^2\, C - 2\, C1^2\, RE^2\, L\, nC^3\, C + C1^2\, RE^2\, L\, nC^4\, C + C1^4\, RE^2\, RP^2\right) \tag{87}$$

```
> collect(LG1,[nC],zz->factor(zz));
```

$$\left(RP^2\, nC^2\, C1^2\, \left(L\, C + C1^2\, RE^2\right)\right) \Big/ \left(C\, L\, \left(S^2\, RE^2\, L\, C + 2\, S\, RE\, L\, C + L\, C + C1^2\, RE^2\right) nC^4 - 2\, C\, L\, \left(2\, S\, RE\, L\, C + S^2\, RE^2\, L\, C + L\, C + S\, RE^2\, C1^2\, RP + C1^2\, RE^2\right) nC^3 + C\, L\, \left(2\, S\, RE\, L\, C + S^2\, RE^2\, L\, C + L\, C + 2\, S\, RE^2\, C1^2\, RP + S^2\, RE^2\, RP^2\, C1^2 + C1^2\, RE^2\right) nC^2 - 2\, C1^2\, L\, C\, RE\, S\, RP^2\, \left(S\, RE + 1\right) nC + C1^2\, RP^2\, \left(S^2\, RE^2\, L\, C + 2\, S\, RE\, L\, C + L\, C + C1^2\, RE^2\right)\right) \tag{88}$$

```
> collect(simplify(eval((88),L=w/C)),[nC],factor);
```

$$\left(RP^2\, nC^2\, C1^2\, \left(w + C1^2\, RE^2\right)\right) \Big/ \left(w\, \left(S^2\, RE^2\, w + 2\, S\, RE\, w + w + C1^2\, RE^2\right) nC^4 - 2\, w\, \left(2\, S\, RE\, w + S^2\, RE^2\, w + w + S\, RE^2\, C1^2\, RP + C1^2\, RE^2\right) nC^3 + w\, \left(2\, S\, RE\, w + S^2\, RE^2\, w + w + 2\, S\, RE^2\, C1^2\, RP + S^2\, RE^2\, RP^2\, C1^2 + C1^2\, RE^2\right) nC^2 - 2\, C1^2\, w\, RE\, S\, RP^2\, \left(S\, RE + 1\right) nC + C1^2\, RP^2\, \left(S^2\, RE^2\, w + 2\, S\, RE\, w + w + C1^2\, RE^2\right)\right) \tag{89}$$

```
> qq:=(zz)->collect(zz,[nC],factor);
```

$$qq := zz \rightarrow collect(zz, [nC], factor) \tag{90}$$

```
> qq((89)) ;
```

$$\left(RP^2\, nC^2\, C1^2\, \left(w + C1^2\, RE^2\right)\right) \Big/ \left(w\, \left(S^2\, RE^2\, w + 2\, S\, RE\, w + w + C1^2\, RE^2\right) nC^4 - 2\, w\, \left(2\, S\, RE\, w + S^2\, RE^2\, w + w + S\, RE^2\, C1^2\, RP + C1^2\, RE^2\right) nC^3 + w\, \left(2\, S\, RE\, w + S^2\, RE^2\, w + w + 2\, S\, RE^2\, C1^2\, RP + S^2\, RE^2\, RP^2\, C1^2 + C1^2\, RE^2\right) nC^2 - 2\, C1^2\, w\, RE\, S\, RP^2\, \left(S\, RE + 1\right) nC + C1^2\, RP^2\, \left(S^2\, RE^2\, w + 2\, S\, RE\, w + w + C1^2\, RE^2\right)\right) \tag{91}$$

```
> denom((91)) ;
```

$$w^2\, S^2\, RE^2\, nC^4 + 2\, w^2\, S\, RE\, nC^4 + w^2\, nC^4 + w\, C1^2\, RE^2\, nC^4 - 4\, w^2\, S\, RE\, nC^3 - 2\, w^2\, S^2\, RE^2\, nC^3 - 2\, w^2\, nC^3 - 2\, nC^3\, w\, S\, RE^2\, C1^2\, RP - 2\, w\, C1^2\, RE^2\, nC^3 + 2\, w^2\, S\, RE\, nC^2 + w^2\, S^2\, RE^2\, nC^2 + w^2\, nC^2 + 2\, nC^2\, w\, S\, RE^2\, C1^2\, RP + nC^2\, w\, S^2\, RE^2\, RP^2\, C1^2 + w\, C1^2\, RE^2\, nC^2 - 2\, C1^2\, w\, RE^2\, S^2\, RP^2\, nC - 2\, C1^2\, w\, RE\, S\, RP^2\, nC + C1^2\, RP^2\, S^2\, RE^2\, w + 2\, C1^2\, RP^2\, S\, RE\, w + C1^2\, RP^2\, w + C1^4\, RE^2\, RP^2 \tag{92}$$

```
> qq((92)/w);
```

$$\left(S^2\, RE^2\, w + 2\, S\, RE\, w + w + C1^2\, RE^2\right) nC^4 + \left(-2\, C1^2\, RE^2 - 4\, S\, RE\, w - 2\, S^2\, RE^2\, w - 2\, w - 2\, S\, RE^2\, C1^2\, RP\right) nC^3 + \left(2\, S\, RE\, w + S^2\, RE^2\, w + w + 2\, S\, RE^2\, C1^2\, RP + S^2\, RE^2\, RP^2\, C1^2 + C1^2\, RE^2\right) nC^2 - 2\, C1^2\, RE\, RP^2\, S\, \left(S\, RE + 1\right) nC \tag{93}$$

$$+ \frac{C1^2\, RP^2\, \left(S^2\, RE^2\, w + 2\, S\, RE\, w + w + C1^2\, RE^2\right)}{w}$$

und das soll jetzt ungefähr proportional zu (nC^2 RE + RP)^2 sein (TS, (26.12)) (Na ja..)

jetzt noch S ~ 1/RE benutzen (TS, pp.1512, Textzeile 5 v.o.)

```
> qq(simplify(eval((93),S=1/RE),symbolic));
```

$$\left(4\, w + C1^2\, RE^2\right) nC^4 + \left(-2\, C1^2\, RE^2 - 8\, w - 2\, C1^2\, RE\, RP\right) nC^3 + \left(4\, w + 2\, C1^2\, RE\, RP + C1^2\, RE^2 + C1^2\, RP^2\right) nC^2 - 4\, C1^2\, RP^2\, nC + \frac{C1^2\, RP^2\, \left(4\, w + C1^2\, RE^2\right)}{w} \quad \textbf{(94)}$$

ts ts ts...

Jetzt rechnen wir mal die kurze Bemerkung aus TS, p.1511, (26.11), vorherg. nach, nachdem sich "rE mit dem Teilerfaktor nC = 1+C3/C2 an den Schwingkreis transformiert". Was soll das überhaupt heißen?

Wir gehen erstmal von der Schaltbildtransformation in Abb. 26.25 aus und bemerken, daß die Aufgabe darin besteht
RP' so zu bestimmen, daß die Impedanz parallel zur Stromquelle oben und unten in der Abbildung gleich ist.

Der Witz ist, daß das natürlich gar nicht geht, weil es sich ja bei den Impedanzen um *Funktionen von s* handelt.
Diese sind unten mit Zx (für die obere Schaltung) und Zx1 (für die untere Schaltung) benannt.

Sogar die Grade der Nennerpolynome sind verschieden!

Achtung: Hier heißen die Kondensatoren wirklich so, wie im TS, p.1512 ff.

```
> par(a,b);
```

$$\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \tag{95}$$

```
> Zx:=par(L*s,par(RP,par(1/(C1*s),(1/(C2*s)+par(1/(C3*s),rE)))));
```

$$Zx := \frac{1}{\frac{1}{s\,L}+\frac{1}{RP}+C1\,s+\frac{1}{\frac{1}{C2\,s}+\frac{1}{C3\,s+\frac{1}{rE}}}} \tag{96}$$

```
> Zx1:=par(L*s,par(RP1,1/((C1+C2*C3/(C2+C3))*s)));
```

$$Zx1 := \frac{1}{\frac{1}{s\,L}+\frac{1}{RP1}+\left(C1+\frac{C2\,C3}{C2+C3}\right)s} \tag{97}$$

Aber unverdrossen entwickeln wir die Differenz Zx - Zx1 in s um Unendlich und passen nur die niedrigste Potenz an:

```
> series(normal(Zx-Zx1),s=infinity,4);
```

$$\begin{aligned}
&-\left(L^2\left(rE\,C2^2\,RP1+C3^2\,rE\,RP1-2\,C2\,RP\,C3\,rE-RP\,C3^2\,rE+2\,C3\,rE\,RP1\,C2\right.\right.\\
&\left.\left.+RP1\,C2^2\,RP-rE\,C2^2\,RP\right)\right)\Big/\left(\left(rE\,L\,C1\,RP\,C2+rE\,L\,C3\,RP\,C2\right.\right.\\
&\left.\left.+rE\,L\,C1\,RP\,C3\right)\left(L\,RP1\,C3\,C2+L\,RP1\,C1\,C2+L\,RP1\,C1\,C3\right)s^2\right)\\
&-\left(\left(L^2\left(-C3\,RP-C2\,RP+RP1\,C2+RP1\,C3\right)\right.\right.\\
&-\frac{1}{rE\,RP\left(C3\,C2+C1\,C2+C1\,C3\right)}\left(L\left(rE\,C2^2\,RP1+C3^2\,rE\,RP1-2\,C2\,RP\,C3\,rE\right.\right.\\
&\left.-RP\,C3^2\,rE+2\,C3\,rE\,RP1\,C2+RP1\,C2^2\,RP-rE\,C2^2\,RP\right)\left(L\,C3\,rE+rE\,L\,C2\right.\\
&\left.\left.\left.+L\,C2\,RP+L\,C1\,RP\right)\right)\right)\Big/\left(rE\,L\,C1\,RP\,C2+rE\,L\,C3\,RP\,C2+rE\,L\,C1\,RP\,C3\right)\\
&-\frac{1}{rE\,RP\left(C3\,C2+C1\,C2+C1\,C3\right)^2\,RP1}\left(\left(rE\,C2^2\,RP1+C3^2\,rE\,RP1-2\,C2\,RP\,C3\,rE\right.\right.
\end{aligned} \tag{98}$$

$$-RP\,C3^2\,rE + 2\,C3\,rE\,RP1\,C2 + RP1\,C2^2\,RP - rE\,C2^2\,RP)\,(L\,C3 + L\,C2))\Big) \Big/$$

$$\left((L\,RP1\,C3\,C2 + L\,RP1\,C1\,C2 + L\,RP1\,C1\,C3)\,s^3\right) + \mathrm{O}\left(\frac{1}{s^4}\right)$$

Hier haben wir diese Potenz (1/s^2) isoliert:

```
> normal(op(1,(98))*s^2);
```

$$-\frac{1}{rE\,RP\,(C3\,C2 + C1\,C2 + C1\,C3)^2\,RP1}\left(rE\,C2^2\,RP1 + C3^2\,rE\,RP1 - 2\,C2\,RP\,C3\,rE - RP\,C3^2\,rE + 2\,C3\,rE\,RP1\,C2 + RP1\,C2^2\,RP - rE\,C2^2\,RP\right) \quad \textbf{(99)}$$

Wir setzen gleich Null und lösen nach RP1 (= RP') auf:

```
> solve((99),RP1);
```

$$\frac{RP\,rE\,(C2^2 + 2\,C3\,C2 + C3^2)}{C2^2\,RP + rE\,C2^2 + 2\,rE\,C3\,C2 + C3^2\,rE} \quad \textbf{(100)}$$

```
> factor((100)) ;
```

$$\frac{RP\,rE\,(C2 + C3)^2}{C2^2\,RP + rE\,C2^2 + 2\,rE\,C3\,C2 + C3^2\,rE} \quad \textbf{(101)}$$

Ein kleiner Maple-Trick erlaubt uns, nC nach der Formel aus dem TS einzuführen. Und es ergibt sich (Tusch!) die Beziehung (26.11):

```
> simplify(simplify((101),{(C2+C3)^2=nC^2*C2^2}));
```

$$\frac{RP\,rE\,nC^2}{RP + rE\,nC^2} \quad \textbf{(102)}$$

Ab hier noch ein bißchen altes Zeug:

Mit folgender Auflösung "entkoppelt" Tietze-Schenk alle drei C1,C2,C3 voneinander. Man beachte, daß C (so TS) die Frequenz (ungefähr)
bestimmt und (wieder TS) nC den Betrag und kC die Phase der Schleifenverstärkung. (Muß noch nachgeprüft werden).

```
> solve({C=C1+(C2*C3)/(C2+C3),1+C3/C2=nC,1-C1/C=kC},{C1,C2,C3});
```

$$\left\{C1 = C - kC\,C,\ C2 = \frac{kC\,C\,nC}{-1 + nC},\ C3 = kC\,C\,nC\right\} \tag{103}$$

```
> factor(%);
```

$$\left\{C1 = -C\,(-1 + kC),\ C2 = \frac{kC\,C\,nC}{-1 + nC},\ C3 = kC\,C\,nC\right\} \tag{104}$$

```
> eval(C1+(C2*C3)/(C2+C3),[C3=n*C2]);
```

$$C1 + \frac{C2^2\,n}{C2 + n\,C2} \tag{105}$$

```
> normal(%-C1);
```

$$\frac{C2\,n}{1 + n} \tag{106}$$

Damit also C1 maßgeblich die Resonanzfrequenz bestimmt, sollte (39) klein gegen C1 sein. Also z.B. C2 gleich min(C1) und dann noch n so klein wie möglich.
Kann aber auch groß werden, falls nötig, da (39) nie größer als C2 wird. Also muß man vor allem bei C2 ansetzen um eine weite Frequenzaussteuerbarkeit
bei Wahl verschiedener C1 zu haben. (n > 1 ist eine typische Dimensionierung, man schwächt damit die Schleifenvestärkung und erhöht die
relative Kreisgüte (TS)).

```
> solve({C=C1+(C2*C3)/(C2+C3),1+C3/C2=nC,1-C1/C=kC,Csum=C2+C3},
  {nC,kC,C,C3});
```

$$\left\{C = \frac{C1\,Csum + C2\,Csum - C2^2}{Csum},\ C3 = Csum - C2,\ kC = -\frac{C2\,(-Csum + C2)}{C1\,Csum + C2\,Csum - C2^2},\ nC\right. \tag{107}$$

$$= \frac{Csum}{C2} \Big\}$$

```
> solve({C=C1+(C2*C3)/(C2+C3),C3=n*C2,C2+C3=Csum},{C,C2,C3});
```

$$\left\{ C = \frac{C1 + 2\,n\,C1 + C1\,n^2 + n\,Csum}{1 + 2\,n + n^2},\ C2 = \frac{Csum}{1+n},\ C3 = \frac{n\,Csum}{1+n} \right\} \tag{108}$$